

$$i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = \hat{H}\Psi$$

↓
χαμiltonιανή

$$\hat{H} = T + V \rightarrow \overset{\text{κινητική}}{\text{δυναμική}} = \frac{p^2}{2m} + V$$

$$p = i\hbar \vec{\nabla}$$

$$1D \quad p = -i\hbar \frac{d}{dx}$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[\frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}, t) \right] \Psi \rightarrow \text{κυματοσυνάρτηση χρονικά εξαρτώμενη}$$

Εξ. Schrödinger

$$\Psi: \Psi(\vec{r}, t)$$

$$\langle A \rangle_t = \int \Psi^*(\vec{r}, t) \hat{A} \cdot \Psi(\vec{r}, t) dV$$

$$\hat{H}\Psi = E\Psi \quad \text{χρονικά ανεξάρτητη Εξ. Schrödinger}$$

$$\hat{H} = \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r})$$

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right] \cdot \psi_n(x) = E_n \cdot \psi_n(x)$$

$$V(r) = -\frac{e^2}{r}$$

(+) θέση σε σφαίρικές συντεταγμένες

$$E_n = -\frac{m \cdot e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad n=1,2,3 \dots$$

$$n=1,2,3,\dots$$

$$l=0,1,\dots,n-1$$

$$m=-l,\dots,l$$

$$\left. \begin{array}{l} l=2 \\ s=1/2 \end{array} \right\} \rightarrow j=3/2, 5/2$$

$$= |l-s|, \dots, l+s$$

με βήμα 1

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

23-2-70

Χρονικά Ανεξάρτητη Θεωρία Διαταραχών - Μη-εκφυλισμένες στάθμες
1^η τάξης διόρθωση στην ενέργεια

$$H\psi = E\psi$$

$$H = H_0 + V$$

$$\downarrow T^{(0)} + V^{(0)}$$

γνώστη χαμηλότερα

$$\text{π.χ. } H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2$$

$$H_0 \cdot \psi_n^{(0)} = E_n^{(0)} \cdot \psi_n^{(0)}$$

$$E_n^{(1)} = \int dV \psi_n^{(0)*} V \psi_n^{(0)}$$

$$\Psi_n = \Psi_n^{(0)} + \Psi_n^{(1)}$$

$$E_n = E_n^{(0)} + E_n^{(1)}$$

$$(H_0 + V) \cdot (\Psi_n^{(0)} + \Psi_n^{(1)}) = (E_n^{(0)} + E_n^{(1)}) (\Psi_n^{(0)} + \Psi_n^{(1)}) \Rightarrow$$

$$\underbrace{H_0 \cdot \Psi_n^{(0)}}_{0\text{ης τάξης}} + \underbrace{H_0 \cdot \Psi_n^{(1)}}_{1\text{ης τάξης}} + \underbrace{V \Psi_n^{(0)}}_{1\text{ης τάξης}} + \underbrace{V \Psi_n^{(1)}}_{2\text{ης τάξης}} = \underbrace{E_n^{(0)} \cdot \Psi_n^{(0)}}_{0\text{ης τάξης}} + \underbrace{E_n^{(0)} \cdot \Psi_n^{(1)}}_{1\text{ης τάξης}} + \underbrace{E_n^{(1)} \cdot \Psi_n^{(0)}}_{1\text{ης τάξης}} + \underbrace{E_n^{(1)} \cdot \Psi_n^{(1)}}_{2\text{ης τάξης}}$$

$$1\text{ης τάξης: } H_0 \Psi_n^{(1)} + V \Psi_n^{(0)} = E_n^{(0)} \cdot \Psi_n^{(1)} + E_n^{(1)} \cdot \Psi_n^{(0)}$$

Πολλαπλασιάζουμε με $\Psi_n^{(0)*}$ και την ολοκληρώνουμε ως προς V

$$\int \Psi_n^{(0)*} \cdot H_0 \cdot \Psi_n^{(1)} dV + \int \Psi_n^{(0)*} V \Psi_n^{(0)} dV = \int \Psi_n^{(0)*} E_n^{(0)} \cdot \Psi_n^{(1)} dV + \int \Psi_n^{(0)*} E_n^{(1)} \cdot \Psi_n^{(0)} dV$$

$$E_n^{(1)} \underbrace{\int dV |\Psi_n^{(0)}|^2}_{=1}$$

$$\int [H_0 \Psi_n^{(1)}]^* \Psi_n^{(0)} dV = \int [E_n^{(0)} \Psi_n^{(1)}]^* \Psi_n^{(0)} dV = E_n^{(0)} \int \Psi_n^{(0)*} \Psi_n^{(1)} dV$$

το αστεράκι
δεν χρειάζεται

$$E_n^{(1)} = \int dV [\Psi_n^{(0)}]^* V \Psi_n^{(0)}$$

Άσκηση

Να βρεθεί η n^{ms} τάξης διατάραξη στην ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης ενός αρμονικού ταλαντωτή που υπόκειται σε ηλεκτρικό δυναμικό $V_5(x) = gx^4$, με χρήση της χρονικά ανεξάρτητης θεωρίας διαταραχών 1^{ης} τάξης.

$$H = \underbrace{\frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} \kappa x^2}_{H_0} + \underbrace{gx^4}_{\text{διατάραξη } V}$$

$$\Psi_n^{(0)} = N_n H_n(\sqrt{a}x) \cdot e^{-ax^2/2} \quad a = m\omega/\hbar \quad (1)$$

$$x^2 = \hbar/m\omega \quad (2)$$

$$E_n^{(0)} = \hbar\omega(n + \frac{1}{2}), \quad n=0,1,2,\dots \quad E_0^{(0)} = \frac{\hbar\omega}{2}$$

$$\Psi_0(x) = \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/4} \cdot e^{-ax^2/2}$$

$$E_0^{(1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} g \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/2} e^{-ax^2} \cdot x^4 dx = g \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/2} \cdot \frac{3}{(2a)^2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} = \frac{3g}{4a^2} \quad \text{ισχύει διαστάσεις}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^{2n} \cdot e^{-\lambda x^2} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{(2\lambda)^n} \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}}$$

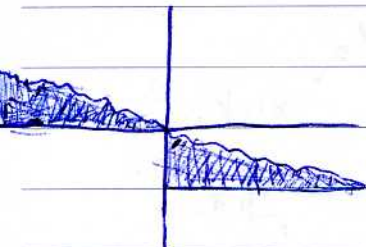
γιατί το a έχει αντίθετες μονάδες από το x^2 λόγω των (1) (2)

Αν $V_5(x) = Cx^3$, τότε

$$E_0^{(1)} = C \left(\frac{a}{\pi} \right)^{1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} x^3 dx = 0$$

απεικονιστική συμμετρία

$$f(-x) = -f(x)$$



δηλαδή το άθροισμα είναι 0.

$$\text{Αν } V_8(x) = \begin{cases} \lambda x & \text{για } x \geq 0 \\ 0 & \text{για } x < 0 \end{cases}$$

$$E_0^{(1)} = \lambda \left(\frac{a}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^{+\infty} e^{-ax^2} x dx$$

$\frac{1}{2} dx^2$
 $y = x^2$

Παλιότερο Θέμα 5.05

Υπολογίστε την 1^η τάξης διατάραξη σε μια αποκαθιστά
συνθήκη του ανεμπόδιστου ημιακτού, όταν υπάρχει
μικρό $V_2(x) = \alpha \rho^4$

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty & x < 0 \text{ ή } x > L \end{cases} \quad \psi_m(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right), \quad m=1,2,3, \dots \quad (1)$$

$$p = -i\hbar \frac{d}{dx} \Rightarrow p^4 = (-i\hbar)^4 \frac{d^4}{dx^4} = \hbar^4 \frac{d^4}{dx^4}$$

$$p^4 \psi_n^{(0)} = \hbar^4 \frac{2}{L} \frac{d^4}{dx^4} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = \hbar^4 \frac{2}{L} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

$$\frac{d}{dx} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = \frac{n\pi}{L} \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

$$\Sigma_{n=1}^{\infty} \int_0^L dx \cdot \frac{2}{L} \cdot \frac{2}{L} \cdot \hbar^4 \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4$$