

$$J_1 = 1/2, J_2 = 1/2$$

$$J = |J_1 - J_2|, \dots, |J_1 + J_2|, \text{ kpa } J = 0, 1$$

$$\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$$

$$\text{Av } S = 1/2 \text{ tota}$$

$$\vec{S} = \vec{0}, \quad \begin{matrix} \uparrow M_S = 0 \\ \downarrow \text{spin} \\ \text{avnapäädus} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \rightarrow M_S = -1, 0, 1 \\ \rightarrow \text{spin napäädus} \end{matrix}$$

$$\vec{S} = 0 \quad (M_S = 0)$$

$$X(k_1, k_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [a(1)b(2) - b(1)a(2)] \quad \text{ü} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} [x_+(1)x_-(2) - x_-(1)x_+(2)]$$

$$S = 1/2$$

$$S = 1/2$$

$$L$$

$$2$$

$$x_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$a$$

$$\downarrow$$

$$b$$

$$x = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$|a|^2 + |b|^2 = 1$$

$$S = 1$$

$$M_S = -1 \leftarrow X_{S=1}^{M_S=1}(k_1, k_2) = b(1)b(2)$$

$$X_{S=1}^{M_S=1}(k_1, k_2) = a(1)a(2)$$

$$X_{S=1}^{M_S=0}(k_1, k_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [a(1)b(2) + b(1)a(2)]$$

$$X_{S=0}^{M_S=0}(k_1, k_2) = -X_{S=0}^{M_S=0}(k_2, k_1)$$

$$X_{S=1}^{M_S=-1, 0, 1}(k_1, k_2) = X_{S=1}^{M_S=-1, 0, 1}(k_2, k_1)$$

$$|\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 = |\Psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)|^2$$

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = e^{i\alpha} \Psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$$

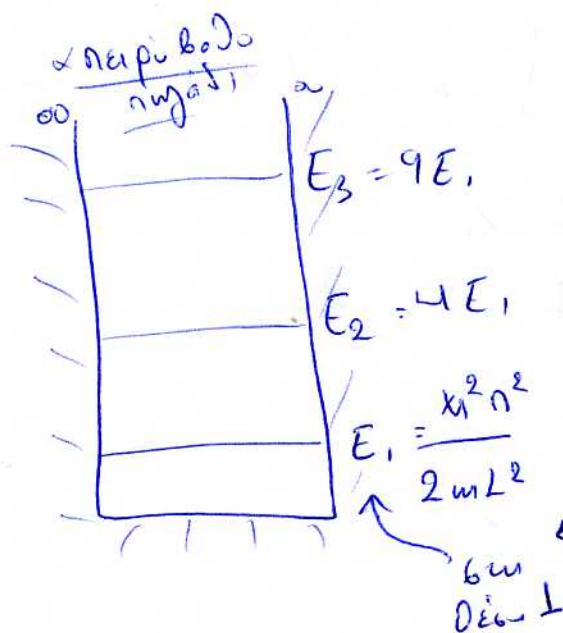
Σωδ. κυματοδ.	ωμ. spin	χωρική κυμ
Αντισυμμετρική	$S=0$ σπιν	συμμετρική
Συμμετρική	$S=1$ σπιν	αντισυμμετρική

2 σωματίδια, ταυτόσημα

$S=1/2$, φερμιόνα

$S=0, 1$

σπιν 0, 1



$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

$$\Psi_{n_1}(x_1) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n_1 \pi x_1}{L}\right)$$

$$\Psi_{n_2}(x_2) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n_2 \pi x_2}{L}\right)$$

$$\Psi_1(x_1) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right)$$

$$\Psi_1(x_2) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right)$$

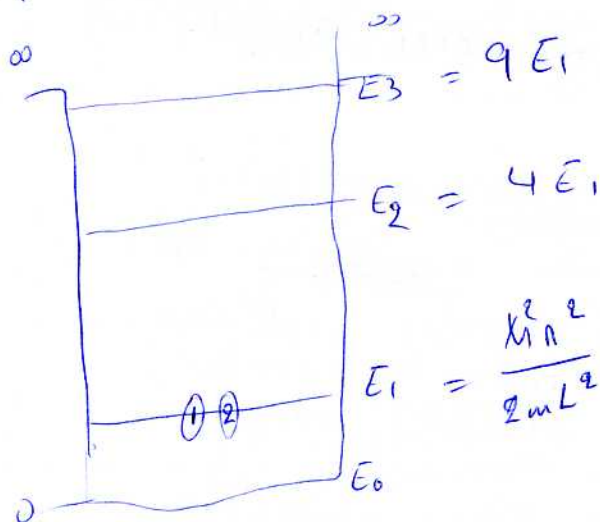
$\Psi(x_1, x_2) = \Psi_1(x_1) \Psi_1(x_2) \Rightarrow$ συμμετρική γιατί, αν αλλάξω το x_1 με το x_2 δε θα αλλάξουν κυματοδ. για να δειχθεί αυτό

$$\Psi(x_1, x_2) = \left(\sqrt{\frac{2}{L}}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x_2}{L}\right) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} [a(1)b(2) - b(1)a(2)]$$

SOS

2 ταυτότητα
σωματίδια

$$S = 1/2$$



$$E_{\text{def}} = 2E_1$$

(συμμετρική)
χωρικό τέρας

$$\Psi(x_1, x_2) = \frac{2}{L} \sin\left(\frac{n x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{n x_2}{L}\right)$$

στην
κυματική

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [a(1)b(2) - b(1)a(2)]$$

τέρας του spin
(αντισυμμετρική)

2

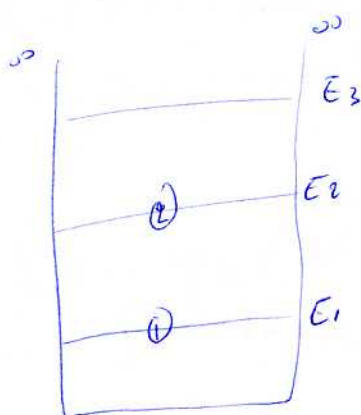
Ψ : α συμμετρική

Δρ Δ

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n \pi x}{L}\right)$$

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$

1^η διεγερμένη κατάσταση:



$$E_{01}^{(1)} = E_1 + E_2$$

$$\Psi \neq \frac{2}{L} \sin\left(\frac{n x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2 n x_2}{L}\right)$$

$$\Psi \neq \frac{2}{L} \sin\left(\frac{n x_2}{L}\right) \sin\left(\frac{n x_1}{L}\right)$$

α νίξ ο 1 2
δω είναι ωτ
6 συμμετρικές
ωτ α συμμετρικές.

[Η Ψ πρέπει να είναι συμμετρική
ή αντισυμμετρική υποχρεωτικά
για τα χριβιτόν-ων γενικ. αρχή Pauli
η οποία πρέπει οπωδήποτε
να ισχύει σε οποιαδήποτε περίπτωση]

$$\Psi_{\text{συμμετρική}}(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{2}{L} \sin\left(\frac{n x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2 n x_2}{L}\right) + \frac{2}{L} \sin\left(\frac{2 n x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{n x_2}{L}\right) \right]$$

$$\Psi_{\text{αντισυμμ.}}(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{2}{L} \sin\left(\frac{n x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{2 n x_2}{L}\right) - \frac{2}{L} \sin\left(\frac{2 n x_1}{L}\right) \sin\left(\frac{n x_2}{L}\right) \right]$$

- Για Ψ_{tot} πρέπει η Ψ_{spin} να είναι αντισυμμετρική
 → δηλαδή αντισυμμετρική spin

$$\Psi(x_1, p_1, x_2, p_2) = \Psi_{\text{tot}}(x_1, x_2) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} [a(1)b(2) - a(2)b(1)]$$

- Για Ψ_{antisym} πρέπει η Ψ_{spin} να είναι συμμετρική
 → δηλαδή συμμετρική spin

$$\Psi(x_1, p_1, x_2, p_2) = \Psi_{\text{antisym}}(x_1, x_2) \cdot \begin{cases} a(1)a(2) \rightarrow \text{spin up} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} [a(1)b(2) + a(2)b(1)] \\ b(1)b(2) \rightarrow \text{spin down} \end{cases}$$

- Η ενέργεια & στις 2 σπιν καταστάσεις
 είναι ίδια! (επειδή τα βυθάρια είναι αδυναμικά)

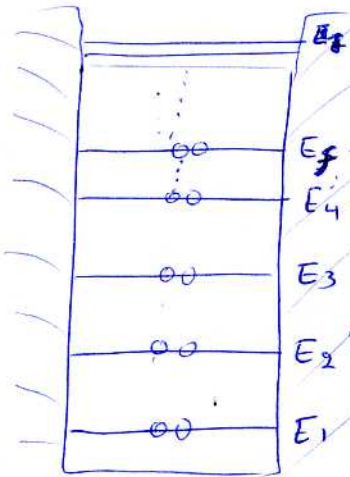
Για φερμιόνα με spin S
 οι διαφορές μεταξύ είναι $(2S+1)$
 και έχω $(2S+1)$ ~~φερμιόνα~~ ^{φερμιόνα} σε μια κατάσταση

Για μποζόνα με spin S
 μπορούν να βυθάρια ^{καταστάσεις} σε $(2S+1)$ στην ίδια κατάσταση.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2: $\rightarrow$ (μη εκφυλισμένο $\rightarrow$ 6σ κανένα 1D πρόβλημα $\nrightarrow$ εκφυλ. συνάρτηση) να βρεθεί η ελάχιστη ενέργεια συστήματος N ταυτόχρονων, μη αλληλεπιδρώντων σωματιδίων με spin $\frac{1}{2}$ που βρίσκονται μέσα σε δυναμική απειρίσιμου πηγαδιού.

(18)

ΛΥΣΗ:



$$E_{02} = 2E_1 + 2E_2 + \dots + 2E_f \quad \left. \begin{array}{l} \text{από } N \text{ σωματιδίων} \end{array} \right\}$$

$$E_{02} = 2E_1 + 2E_2 + \dots + 2E_{\frac{N-1}{2}} + E_{\frac{N+1}{2}}$$

για N περιττό (μονό)

$$\textcircled{+} E_{02} = 2E_1 + 2E_1 \cdot 2^2 + \dots + 2E_1 \left(\frac{N}{2}\right)^2$$

$$\& E_{02} = 2E_1 + 2E_1 \cdot 2^2 + \dots + 2E_1 \left(\frac{N-1}{2}\right)^2 + E_1 \left(\frac{N+1}{2}\right)^2$$

αν είναι αρμονικό ταλαντωτή τότε γεννιέται από $N=0$, $E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$.

* κομμένο ελεύθερο

τα δεικνύει ότι έχουμε εκφυλισμό

ΑΣΚΗΣΗ 2:

1D μη αλληλεπιδρώντα ταυτόχρονα σωματίδια με spin $\frac{1}{2}$ βρίσκονται μέσα σε δυναμικό που οι δύο ενέργειές του δίνονται από τη σχέση: $E_n = \epsilon \cdot n^2$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ (η κατάσταση αν βρίσκεται στη περιφέρεια ενός κύκλου)

Να βρεθεί η ελάχιστη ενέργεια της διεύρεσής κατάστασης των σωματιδίων & το μέγιστο λανθ.

ΛΥΣΗ:

(λειτουργεί σαν δείκτης της ελάχιστης ενέργειας)

$$\begin{array}{lcl}
 n = -4 & \text{---} & n = 4 \quad E_n = 16E_0 \\
 n = -3 & \text{---} & n = 3 \quad E_3 = 9E_0 \\
 n = -2 & \text{---} \text{---} & n = 2 \quad E_2 = 4E_0 \\
 n = -1 & \text{---} \text{---} & n = 1 \quad E_1 = E_0 \\
 & \text{---} \text{---} & n = 0 \quad E_0 = 0
 \end{array}$$

$$E_{\text{ολ}} = 2E_0 + 4E_1 + 4E_2 = 0 + 4E_0 + 16E_0 = 20E_0$$

Η μεταβολή χαμηλ. ενέργειας
 είναι 2 ης των καταστάσεων $n = \pm 2$
 ή πάλι στην κατάσταση $n = \pm 3$

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{hc}{\Delta E_{\text{min}}} \Rightarrow \boxed{\lambda_{\text{max}} = \frac{hc}{5E_0}}$$

Впробовати теб а б е с ш а ф і к е з р і б і а о z o z a x p o n k a i z a d a r u n i n

$\mu \in \mathbb{R}$ $\nu(r) = 2m\omega r$, $\omega = \frac{1}{2}$
 Να βρεθεί η Εξέλιξη των συνιστωσών των καταστάσεων ψ_{n_x, n_y, n_z}
 $\hat{H} \psi_{n_x, n_y, n_z} = \hbar\omega(n_x + n_y + n_z) \psi_{n_x, n_y, n_z}$

τα βυζήτα των βυζαντινών

λ то $\lambda_{\max}$, 2 поправ.

ΛΥΣΗ:

$$I_{\max} = \frac{hc}{\lambda_w}$$

$E_{02} = 32 \text{ kW}$

ΛΥΣΗ

1810 engerkard Signatura

$$\begin{array}{ccc}
 \circ & \circ & 1 \\
 1 & \circ & \circ \\
 \circ & 1 & \circ \\
 \circ & \circ & \circ
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\}
 \begin{array}{l}
 \text{---} \\
 \text{---} \\
 \text{---} \\
 \text{---}
 \end{array}
 \frac{5}{2} \hbar \omega$$

$$E_0 = 4 \frac{3}{2} \hbar \omega + 8 \frac{5}{2} \hbar \omega = 26 \hbar \omega$$

► Αν τα σύμπαν είχαν spin $\perp \rightarrow$ είναι πιο σταθερά

Apr 22 Friday of a 6m

Дефиниция κατά σταθ.

$$E_o = 12 \frac{3}{2} \text{ kw}$$

$$\Delta E = \hbar \omega$$

ΑΣ ΚΗΣΗ 5: (αδφο δέτα)

→ ΗW (αδφο δέτα, χωρίς διαταραχή) → προηγ. H = H₀, αρθρο 10
 διαταραχή → προηγ. H = H₀ + H₁, αρθρο 10
 H₁ = H₁ + H₂ + ... (x₁ - x₂)²

2 ταυτότητα σωματίων μάζας m & spin 1/2, βρίσκονται σε ένα δέτα
 δωματικό αρμονικό ταλαντωτή κυκλική συχνότητα ω. Αν τα σωματίδια
 αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με το δωματικό V_{int}(x₁, x₂) = -g(x₁ - x₂)²
 να υπολογιστεί η 1^η τάξης διαταραχή στην Εξερ. ενέργειας, (22)
 αν ο όρος V_{int}(x₁, x₂) θεωρηθεί διαταραχή.

ΛΥΣΗ:

Πρώτο είναι η αδιαταραχτή ενέργεια.

$$H = H_0 + V \quad E_n^{(1)} = \int dV [\psi_n^{(0)}]^* V \psi_n^{(0)}$$

↓
ψ_n⁽⁰⁾

Για αρμονικό δέτα γέ:

$$V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

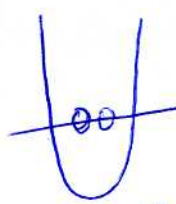
τότε: $\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{1/4} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2}$
 (εξέρχεται από την)

(χωρίς διαταραχή, τα σωματίδια θα είναι μη αλληλεπιδρώντα)
 (Αρα πρέπει να υπολογίσουμε τη μετρίστη ενέργεια 2 μη αλληλεπιδρώντων)

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 x_1^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 x_2^2$$

$$\psi_{0eq.}(x_1, x_2) = \psi_0(x_1) \cdot \psi_0(x_2) = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{1/2} \cdot \left(e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}(x_1^2 + x_2^2)}\right)$$

Δε θα επηρεάσει το κολοίτιω spin αφού δεν εγγεί λύνει από



Σίμω-εργασία 15.0 - 15.0 (22/3)

$$E^{(1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dx_2 \cdot \psi_{0eq.}^*(x_1, x_2) V_{int}(x_1, x_2) \psi_{0eq.}(x_1, x_2) =$$

$$= -g \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dx_2 \psi_0^2(x_1) \psi_0^2(x_2) (x_1 - x_2)^2 = -g \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \psi_0^2(x_1) x_1^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx_2 \psi_0^2(x_2) - g \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \psi_0^2(x_1) x_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dx_2 \psi_0^2(x_2) x_2$$

(κατασκευάζει την ενέργεια ψ)

④. $\int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \cdot x_1^2 \cdot e^{-\frac{m\omega}{\hbar} x_1^2} \cdot \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{1/2} = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{1/2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{\pi\hbar}}{\sqrt{m\omega}} = \frac{\hbar}{2m\omega}$

$\int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \cdot x_1 \cdot e^{-\frac{m\omega}{\hbar} x_1^2} \cdot \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{1/2} = -\frac{\hbar}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \cdot \frac{d}{dx_1} e^{-\frac{m\omega}{\hbar} x_1^2} = 0$