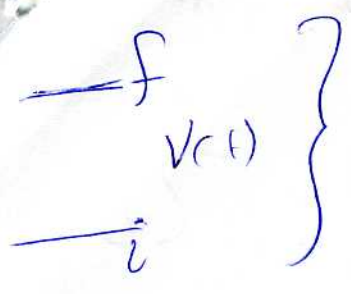


31/05/2010



αιθανότητα
μετάβασης

$$a_f(t) = -\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' V_{fi}(t') e^{-i \frac{(E_f - E_i)}{\hbar} t'}$$

$$\int_{\vec{m}} i \omega_{fi}$$

$a_{i \rightarrow f}(t)$

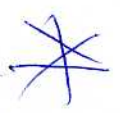
$$\omega_{fi} = \frac{E_f - E_i}{\hbar}$$

(Χρονικά εξαρτημένη θεωρία διαταραχών)

$$V_{fi}(t) = \int dV \Psi_f^*(\vec{r}) V(\vec{r}, t) \Psi_i(\vec{r})$$

Αρμονικά ταλανωτική, Αποτομή, Ανερόβατος Πηγάδι, Στερεά Σφαίρα

ΑΣΚΗΣΕΙΣ



ΑΣΚΗΣΗ = (πατο δατα)

Ν.Υ. η πιθανότητα μετάβασης από τη διεγερμένη κατάσταση προς την $1^{\text{η}}$ διεγερμένη κατάσταση είναι βασιών κατ' m που βρίσκεται μέσα σε σωμική αρμονική ταλανωτική κελύκος συχνότητας ω , όταν αλληλεπιδρά με χρονικά εξαρτημένη διαταραχή:

$$V(x, t) = -q E_0 x e^{-t/2}, \quad t \geq 0$$

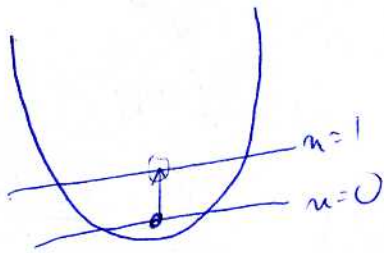
$$V(x, t) = 0, \quad t < 0$$

$q, E_0, t > 0$
πραγματικές
γωνίες

Υποθέτουμε ότι σε χρόνο $t=0$ το σύστημα βρίσκεται στη διεγερμένη κατάσταση n . Εξισώστε τα την αρίθμηση μετάφω χρόν. Σημειώ $t \rightarrow \infty$.

ΛΥΣΗ:

$E_n = \hbar \omega (n + \frac{1}{2})$ ↗ $\rho \propto e^{-ax^2/2}$



$\psi_0(x) = \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/4} e^{-ax^2/2}$
 $\psi_1(x) = \left(\frac{a}{4\pi}\right)^{1/4} (2ax^{1/2}) e^{-ax^2/2}$
} Dirac

$a = \frac{m\omega}{\hbar} \rightarrow \text{Dirac}$

1) Υπολογισμός $\omega_{fi} = \frac{E_f - E_i}{\hbar}$

$\frac{E_0 - E_1}{\hbar} = -\frac{\hbar \omega}{\hbar} = -\omega$ ↗ $\omega_{fi} = \omega$

2) Υπολογισμός $V_{fi}(t)$

$V_{fi}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left(\frac{a}{4\pi}\right)^{1/4} 2a^{1/2} x e^{-ax^2/2} (-q) E_0 x e^{-t/2} \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/4} e^{-ax^2/2}$
 $= -q E_0 e^{-t/2} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = -q E_0 e^{-t/2} \frac{1}{\sqrt{2a}} = \boxed{-\frac{q E_0 e^{-t/2}}{\sqrt{2a}} = V_{fi}(t)}$

3) Υπολογισμός $a_f(t) \rightarrow \text{πρώτη τάξη}$

$a_i(t) = -\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' \left(-\frac{q E_0}{\sqrt{2a}}\right) e^{-t'/2} e^{i\omega t'} = \frac{i q E_0}{\hbar \sqrt{2a}} \int_0^t dt' e^{(i\omega - \frac{1}{2})t'}$
 $= \frac{i q E_0}{\hbar \sqrt{2a}} \frac{1}{i\omega - \frac{1}{2}} \left[e^{(i\omega - \frac{1}{2})t} - 1 \right]$

4) Υπολογισμός $P_{a \rightarrow i}(t) = |a_i(t)|^2$
 $P_{a \rightarrow i}(t) = \frac{q^2 E_0^2}{\hbar^2 2a} \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{4}} \left| e^{(i\omega - \frac{1}{2})t} - 1 \right|^2$
↗ $t \rightarrow \infty: \left[(i\omega - \frac{1}{2})t \right] \rightarrow 0$
↗ $P_{a \rightarrow i}(t \rightarrow \infty) = \frac{q^2 E_0^2}{\hbar^2 2a} \frac{1}{\omega^2 + \frac{1}{4}}$

7/6/2010

ΑΣΚΗΣΗ : (ααφιο δερμα)

Σε χρόνο $t=0$ θεωρούμε βόμβρα ατομικό H στη θεμελιώδη κατάσταση. Αν το βόμβρα αλληλεπιδρά με ηλεκτρικό έργο E_0 στο z οριζόντιο αλληλεπιδράς να είναι ~~$V(z)$~~

$V(\vec{r}, t) = -e E_0 e^{-t/\tau} \cdot z$ Να βρεθεί η πιθανότητα να έχουμε μετάβαση $\sim e^{-\frac{6\pi n^2 \omega_{fi}}{c}}$ για $t \rightarrow \infty$.

Δίνεται:

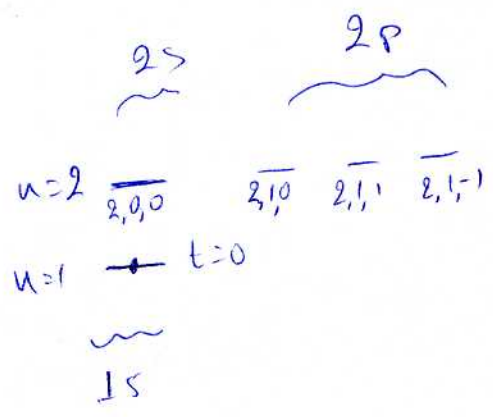
$$\begin{aligned} \psi_{100}(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0} \\ \psi_{200}(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{\sqrt{32\pi}} \frac{1}{a_0^{3/2}} (2 - \frac{r}{a_0}) e^{-r/2a_0} \\ \psi_{210}(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{\sqrt{32\pi}} \frac{1}{a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \cos \theta \\ \psi_{211}(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{\sqrt{64\pi}} \frac{1}{a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \sin \theta e^{i\phi} \end{aligned}$$

$a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$

ακτίνα Bohr

ΛΥΣΗ :

χρονικό εξάρτητες δυναμικά στο παρόν

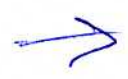


$$a_{i \rightarrow f}(t) = -\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' V_{fi}(t') e^{i\omega_{fi} t'}$$

$$\omega_{fi} = \frac{E_f - E_i}{\hbar}$$

$$V_{fi}(t') = \int dV \psi_f^* V \psi_i$$

$\int dV \psi_f^* V \psi_i = 0$
 $\Downarrow$
 Σε μηδέν να έχω μετάβαση



$$\int_0^\pi \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta d\vartheta = \int_0^\pi \sin \vartheta d(\sin \vartheta) = \frac{\sin^2 \vartheta}{2} \Big|_0^\pi = \frac{\sin^2(\pi) - \sin^2(0)}{2} = 0$$

$\Delta p \propto P_{100 \rightarrow 200} = 0$

$$V_{100 \rightarrow 211} \sim \int_0^\pi d\vartheta \sin \vartheta \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta = \int_0^\pi \sin^2 \vartheta d(\sin \vartheta) = \frac{\sin^3 \vartheta}{3} \Big|_0^\pi = \frac{\sin^3(\pi) - \sin^3(0)}{3} = 0$$

$\Delta p \propto P_{100 \rightarrow 211} = P_{100 \rightarrow 21-1} = 0$

$$V_{100 \rightarrow 210} \sim \int_0^\pi d\vartheta \cos^2 \vartheta \sin \vartheta = \int_0^\pi \cos^2 \vartheta d(\cos \vartheta) = -\frac{\cos^3 \vartheta}{3} \Big|_0^\pi = -\frac{\cos^3(\pi) - \cos^3(0)}{3} = -\frac{-1 - 1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi = 4 \Big|_0^{2\pi} = 2\pi$$

$$V_{fi}(t) = -eE_0 \cdot e^{-i\frac{t}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{a_0^{3/2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{32\pi}} \frac{1}{a_0^{3/2}} \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty r^2 dr \cdot r^2 e^{-r/a_0} \cdot e^{-r/2a_0}$$

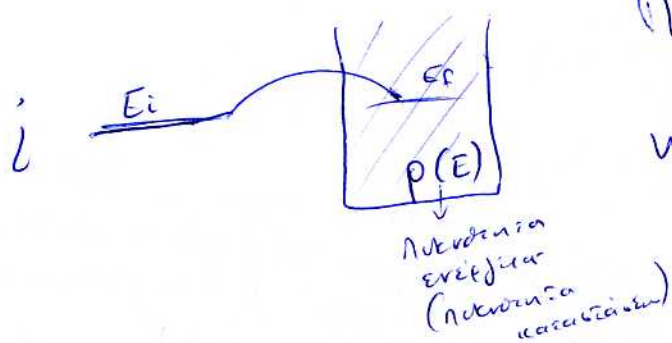
$$= -\frac{4eE_0 e^{-i\frac{t}{2}}}{3a_0^4 \sqrt{32}} \int_0^\infty r^4 e^{-\frac{3r}{2a_0}} dr$$

$a_{inc}(t) = \dots$

$\omega_{ic} = \frac{E_c - E_i}{\hbar} \rightarrow \frac{50}{\hbar}$
 (circled)
 $E_n = -\frac{e^2}{2a_0} \frac{1}{n^2}$
 (circled)
 (text: $\frac{50}{\hbar}$ is the energy difference between $n=1$ and $n=2$)

ρ

3/6/2010 $\Gamma = \frac{dP_{i \rightarrow f}}{dt}$



Πόσο γρήγορα γίνεται η διαδραμάτιση και πόσο συχνά συμβαίνει για μια κατάσταση σε μια άλλη κατάσταση
 Γνωρίζουμε:

Χρησιμοποιώντας τον Fermi:

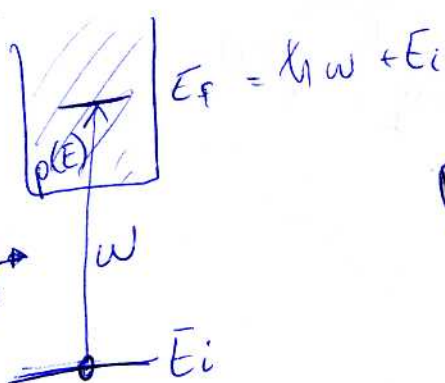
ρυθμός μετάβασης και την κατάσταση από το γνωστό

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{if}|^2 \rho(E)_{E=E_f(=E_i)}$$

Δεν ισχύει το αντίθετο όμως

$$V(t) = \begin{cases} V & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$V_{if} = \int \psi_i^* V(\vec{r}) \psi_f dV$$



$$\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{if}|^2 \rho(E)_{E=E_f=E_i+\hbar\omega}$$

Χρονικά Εξαρτούμενη Εξίσωση Shröd.

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum a_n(t) e^{-i \frac{E_n t}{\hbar}} \Psi_n(\vec{r})$$

$$H(\vec{r}, t) = H_0(\vec{r}) + V(\vec{r}, t)$$

$$H_0 \Psi_n(\vec{r}) = E_n \Psi_n(\vec{r})$$

$$i\hbar \dot{a}_n(t) = \sum_m V_{nm}(t) e^{i\omega_{nm}} a_m(t)$$

$$V_{nm}(t) = \int \Psi_n^*(\vec{r}) V(\vec{r}, t) \Psi_m(\vec{r}) dT$$

$$\omega_{nm} = \frac{E_n - E_m}{\hbar}$$

Εξαρτώμενη από το χρόνο
για αλλαγές & διασυνδέσεις
και διασυνδέσεις
 $a_m(t) = 1$

Τώρα: θεωρώ ότι
το V διακρίνεται με
βάσεις που μεταβλη-
2 καταστάσεων.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2 ΕΠΙΠΕΔΟΝ:

(Two-level system)

$$\Psi = a_0(t) e^{-i \frac{E_0}{\hbar} t} \Psi_0(\vec{r}) + a_1(t) e^{-i \frac{E_1}{\hbar} t} \Psi_1(\vec{r})$$

$$i\hbar \dot{a}_0(t) = V_{00}(t) e^{i\omega_{00}t} a_0(t) + V_{01}(t) e^{i\omega_{01}t} a_1(t)$$

$$i\hbar \dot{a}_1(t) = V_{10}(t) e^{i\omega_{10}t} a_0(t) + V_{11}(t) e^{i\omega_{11}t} a_1(t)$$

Παραδοχές:

$$1) V_{00}(t) = V_{11}(t) = 0$$

$$2) V_{01}(t) = V_{10}(t) = \begin{cases} V & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$3) E_1 = E_0 \rightarrow \omega_{10} = \omega_{01} = 0$$

↘ εξαρτημένες
καταστάσεις

Χρ α :

$$i\hbar \dot{a}_0(t) = V a_1(t)$$

$$i\hbar \dot{a}_1(t) = V a_0(t)$$

ΛΥΣΗ:

$$a_1(t) = \frac{i\hbar}{V} \dot{a}_0(t)$$

$$(i\hbar) \frac{(i\hbar)}{V} \ddot{a}_0(t) = V a_0(t)$$

$$\ddot{a}_0(t) = -\frac{V^2}{\hbar^2} a_0(t)$$

$$\ddot{a}_0(t) + \frac{V^2}{\hbar^2} a_0(t) = 0$$

Επομένως:

$$a_0(t) = A \cos\left(\frac{V}{\hbar} t\right) + B \sin\left(\frac{V}{\hbar} t\right)$$

$$a_1(t) = \frac{i\hbar}{V} \left[A \left(-\sin\left(\frac{V}{\hbar} t\right) \right) \left(-\frac{V}{\hbar} \right) + B \frac{V}{\hbar} \cos\left(\frac{V}{\hbar} t\right) \right]$$

$$a_1(t) = -iA \sin\left(\frac{V}{\hbar} t\right) + iB \cos\left(\frac{V}{\hbar} t\right)$$

$\rightarrow A \vee a_0(t=0) = 1$
 $a_1(t=0) = 0, \text{ και } a_0^2 + a_1^2 = 1$

$a_0(t=0) = 1 = A$ & $a_1(t=0) = 0 = iB \Rightarrow B=0$

Ενοπείως: Ρεύμα

Λόγω:

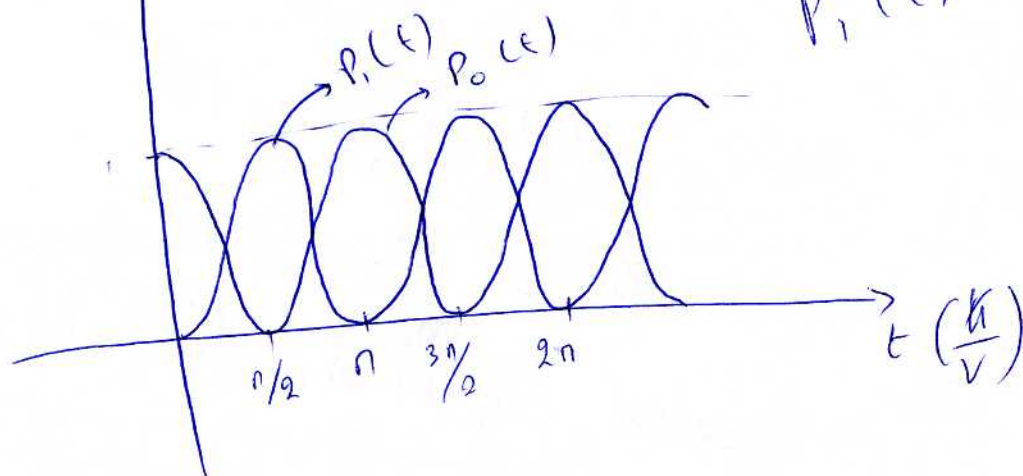
$$a_1(t) = -i \sin\left(\frac{Vt}{\hbar}\right)$$

$$a_0(t) = \cos\left(\frac{Vt}{\hbar}\right)$$

$$P_0(t) = |a_0(t)|^2 = \cos^2\left(\frac{Vt}{\hbar}\right)$$

$$P_1(t) = |a_1(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{Vt}{\hbar}\right)$$

Τάδα νωσέρ
Rabi



• Χωρίς να (3) η δεξιά:

$$i\hbar \dot{a}_0(t) = V_{01} a_1(t) e^{-i\omega_0 t}$$

$$i\hbar \dot{a}_1(t) = V_{10} a_0(t) e^{+i\omega_0 t}$$

$$i\hbar \dot{a}_0(t) = V_{01} a_1(t) \left(e^{+i\omega_0 t} \int e^{i\omega t} + e^{-i\omega t} \right) dt$$

$$e^{i(\omega - \omega_0)t} + e^{-i(\omega - \omega_0)t}$$

$$i\hbar \dot{a}_1(t) = V_{10} a_0(t) \left(e^{i\omega_0 t} \int e^{i\omega t} + e^{-i\omega t} \right) dt$$

και

$$\begin{aligned}
 \text{Εξω } V_{01}(t) &= 2V \cos(\omega t) \\
 &= \frac{2V}{2} \left[e^{i\omega t} + e^{-i\omega t} \right] \\
 &= V \left[e^{i\omega t} + e^{-i\omega t} \right]
 \end{aligned}$$

$$e^{i(\omega + \omega_0)t} + e^{-i(\omega + \omega_0)t}$$

$$\omega : \omega = \omega_{10}$$

Τότε:

$$e^{i(\omega - \omega_{10})t} = 1 \quad (1)$$

$$e^{-i(\omega + \omega_{10})t} = e^{-2i\omega_{10}t} \quad (2)$$

$$e^{-i(\omega - \omega_{10})t} = 1 \quad (3)$$

$$e^{i(\omega + \omega_{10})t} = e^{+2i\omega_{10}t} \quad (4)$$

Προβέχον
περίεργα φαινόμενα
ω φαινο

Παρατηρούμε ότι δεν υπάρχουν
οι (2) & (4)